

Andrzej GREGORCZYK¹, Bożena MICHALSKA²

ZMIENNOŚĆ OPADÓW ATMOSFERYCZNYCH W SZCZECINIE W CYKLU ROCZNYM W LATACH 1991–2000

VARIABILITY OF THE PRECIPITATION IN SZCZECIN IN ANNUAL CYCLE IN THE YEARS 1991–2000

¹Katedra Agronomii, Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny w Szczecinie
ul. Papieża Pawła VI 3, 71-459 Szczecin, e-mail: andrzej.gregorczyk@zut.edu.pl

²Katedra Meteorologii i Klimatologii, Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny w Szczecinie
ul. Papieża Pawła VI 3, 71-459 Szczecin, e-mail: bozena.michalska@zut.edu.pl

Abstract. The aim of this study was statistical description of the rainfall changes in the vicinity of Szczecin in the years 1991–2000 and approximation of daily rainfall using the harmonic and polynomial functions. On the basis of original data, mean values of monthly rainfall and their standard deviations were shown. Mean annual rainfall amounts (total precipitation) in the studied decade (10 years) equaled 575 mm. The highest mean monthly rainfall was in July (76.3 mm), and the smallest – in October (32.7 mm). From both the mathematical models of daily rainfall as a function of day number of year more adequate was four-order polynomial (determination coefficient $R^2 = 0.822$). There has been attempt to model the distribution of the rainy days number in selected 30-day month using the theoretical binomial distribution.

Słowa kluczowe: analiza regresji, model matematyczny, opad atmosferyczny, rozkład dwumianowy.
Key words: binomial distribution, mathematical model, rainfall, regression analysis.

WSTĘP

Podstawowy element klimatu, jakimi są opady atmosferyczne, ulega naturalnym zmianom w czasie, a więc wahaniom dobowym, sezonowym, rocznym i wieloletnim, a także zmianom antropogenicznym, wynikającym z form działalności człowieka (Boryczka 1998). Zdaniem Kirschenstein (2007), wieloletnie opady w Szczecinie odznaczają się pewną cyklicznością, wskazując na wzrost rocznych sum opadów od niskich w latach 1861-63 (ok. 500 mm) do najwyższych w 1940 r. (ok. 590 mm). Po tym okresie następuje spadek do początku lat 80. XX. w., a następnie ponowny wzrost. Wahania sezonowe to zmiany w szeregu czasowym, które są wynikiem fluktuacji zachodzących w przyrodzie, w związku z cyklem pór roku. Takie wahania mają cykl roczny, który analizuje się najczęściej na podstawie danych miesięcznych (Coe i Stern 1982, Thornley i France 2007). Założenie istnienia rocznego cyklu opadowego opiera się na oczywistym związku między wielkością opadów a temperaturą powietrza.

Celem tej metodycznej pracy był regresyjny opis zmian sum opadów – w cyklu rocznym – w Szczecinie, w latach 1991–2000 oraz próba zastosowania teoretycznego rozkładu dwumianowego (schematu Bernoulliego) do modelowania rozkładu dni z opadami deszczu w wybranym 30-dniowym miesiącu.

MATERIAŁ I METODY

Badaniom poddano szereg czasowy sumy opadów atmosferycznych, zawierający średnie miesięczne wartości, zebrane ze stacji meteorologicznej w Szczecinie Dąbiu (53°24', 14°37', 1 m n.p.m.). Łącznie wykorzystano 120 pierwotnych obserwacji, uzyskanych z Miesięcznych Przeglądów Agrometeorologicznych (lata 1991–2000). Do modelowania zmian czynników klimatycznych w cyklu rocznym wykorzystano metodę regresji harmonicznej, opartą na analizie pierwszej harmoniki Fouriera (Rozbicki i Rozbicka 2004, Thornley i France 2007). Model tego typu zapisuje się jako:

$$Y(t) = M + a\cos(\omega t) + b\sin(\omega t) \quad (1)$$

gdzie:

$Y(t)$ – zmienna czasowa,

M – wartość stała (średnia),

a, b – współczynniki regresji,

t – czas,

ω – częstość:

$$\omega = 2\pi/T \quad (2)$$

gdzie:

T – okres wahań.

Współzależność między wartościami opadu a zmienną czasową $Y(t)$ dobrze opisują też wielomiany wyższych stopni:

$$Y(t) = a_0 + a_1t + a_2t^2 + \dots + a_{n-1}t^{n-1} + a_n t^n \quad (3)$$

gdzie:

$a_0, a_1, a_2, \dots, a_{n-1}, a_n$ – stałe współczynniki.

W pracy wykorzystano wielomian czwartego stopnia. Istotność współczynników funkcji regresji weryfikowano testem t-Studenta na poziomie 0,05. Jako miarę dopasowania wartości estymowanych do danych rzeczywistych przyjęto wartość współczynnika determinacji R^2 .

Rozkład opadów atmosferycznych w określonym czasie opisano, korzystając z teoretycznego rozkładu dwumianowego (według schematu Bernoulliego). W tym celu założono, że dobowy opad jest zmienną dychotomiczną, która przyjmuje dwie wartości z określonym prawdopodobieństwem. Wprowadzając oznaczenia:

p – prawdopodobieństwo niewystąpienia opadu w danym dniu,

q – prawdopodobieństwo wystąpienia opadu (o ustalonej minimalnej wartości) w danym dniu, dostaje się równość:

$$p + q = 1 \quad (4)$$

Rozkład prawdopodobieństwa zmiennej losowej liczby dni deszczowych r w okresie n -dniowym można przedstawić wzorem dwumianowym Newtona (Thornley i France 2007):

$$(p + q)^n = 1^n = p^n + np^{n-1}q + \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2} p^{n-2}q^2 + \dots + \binom{n}{r} p^{n-r}q^r + \dots + npq^{n-1} + q^n \quad (5)$$

Prawdopodobieństwo wystąpienia dokładnie r dni deszczowych w miesiącu n -dniowym dane jest formułą:

$$P_r = \frac{n!}{(n-r)!r!} p^{n-r} q^r \quad (6)$$

Wartość oczekiwana liczby dni z opadami w okresie n -dniowym, R_n wynosi:

$$E(R_n) = \sum_{r=0}^n r \cdot P_r = nq, \quad (7)$$

a wariancja jest równa kwadratowi odchylenia standardowego:

$$V(R_n) = D^2(R_n) = npq = nq(1-q) \quad (8)$$

Współczynnik zmienności CV obliczono z zależności:

$$CV = \frac{D(R_n)}{E(R_n)} = \frac{\sqrt{nq(1-q)}}{nq} = \sqrt{\frac{1-q}{nq}}, \quad (9)$$

stąd po przekształceniu wzoru (9) otrzymano, na podstawie własnych danych, teoretyczne prawdopodobieństwo wystąpienia dnia deszczowego q :

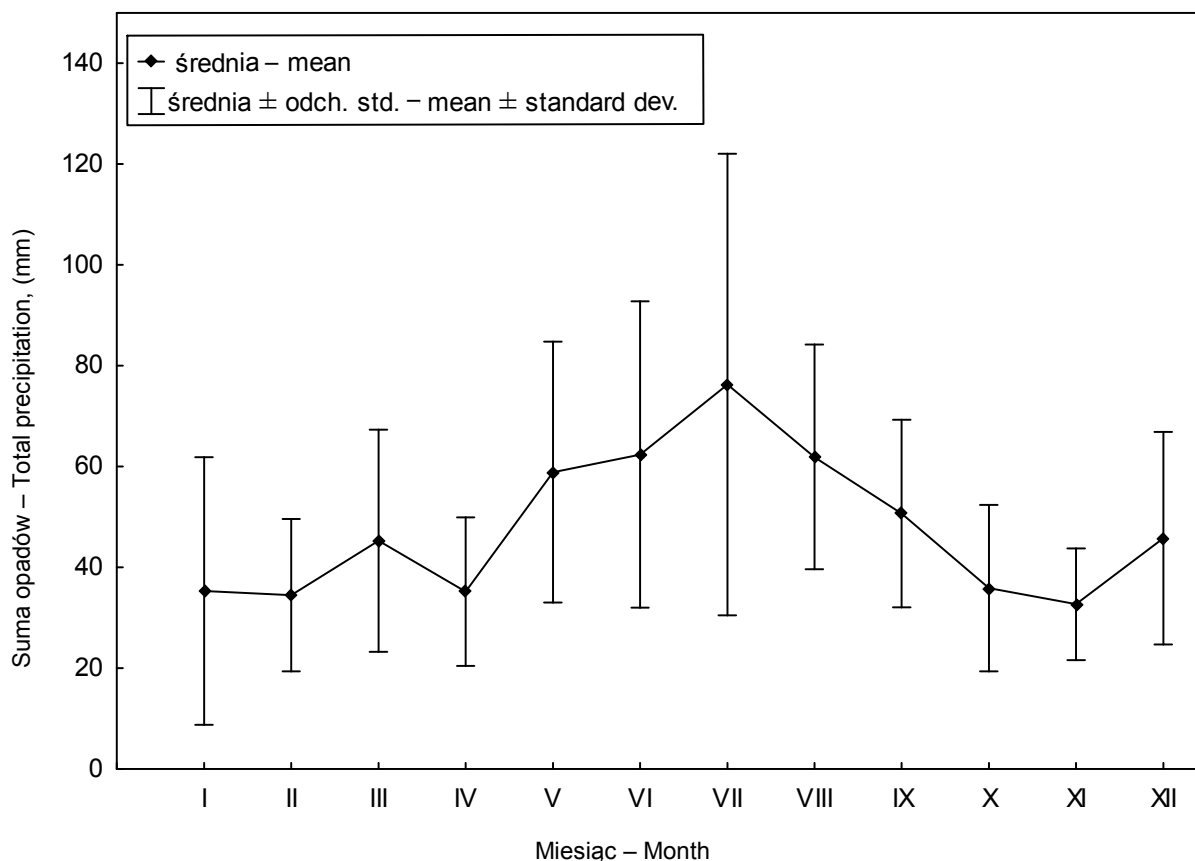
$$q = \frac{1}{n(CV)^2 + 1} \quad (10)$$

Wszystkie obliczenia w niniejszej pracy wykonano, wykorzystując pakiety Statistica® 9.0 i Statgraphics® 5.0.

WYNIKI I DYSKUSJA

Na rysunku 1 przedstawiono, na podstawie danych oryginalnych, wartości sumarycznych opadów w poszczególnych miesiącach oraz ich odchylenia standardowe. Średnia roczna suma opadów atmosferycznych wynosiła 575 mm. Największa średnia miesięczna suma opadów, w badanym wieloleciu, przypadła w lipcu (76,3 mm), a najmniejsza – w listopadzie (32,7 mm). Zwraca uwagę duża zmienność analizowanej cechy w lipcu, czego miarą mogą być znaczne wartości w tym miesiącu odchylenia standardowego (45,8 mm) i rozstępu (125 mm). W ogólności obserwuje się dużą dyspersję sum opadów w miesiącach letnich i mniejszą – w miesiącach wiosennych i jesiennych. Podobną tendencją charakteryzuje się przebieg zmian średniej dobowej sumy opadu (wyliczonej z sum miesięcznych) w cyklu rocznym.

Cykl roczny opadów atmosferycznych w Szczecinie i jego związki z typami cyrkulacji atmosferycznej były przedmiotem badań Świątek (2000). Stwierdziła ona, że częstość występowania typów cyrkulacji (niżowych lub wyżowych) ma duży wpływ na liczbę dni deszczowych, a mniejszy na sumę opadów. W Szczecinie, w okresie listopad–kwiecień obserwuje się zmniejszoną ilość opadów, a w półroczu maj–październik większe opady są głównie wynikiem procesu konwekcji, spowodowanej ogrzewaniem podłoża.



Rys. 1. Zmiany średniej miesięcznej sumy opadów w Szczecinie w latach 1991–2000
 Fig. 1. Mean monthly total precipitation changes in Szczecin in the years 1991–2000

W niniejszym opracowaniu do opisu zmian – w cyklu rocznym – sumy opadu dobowego w funkcji czasu, ujętego jako kolejny dzień roku $Y = f(x)$ zastosowano model harmoniczny.

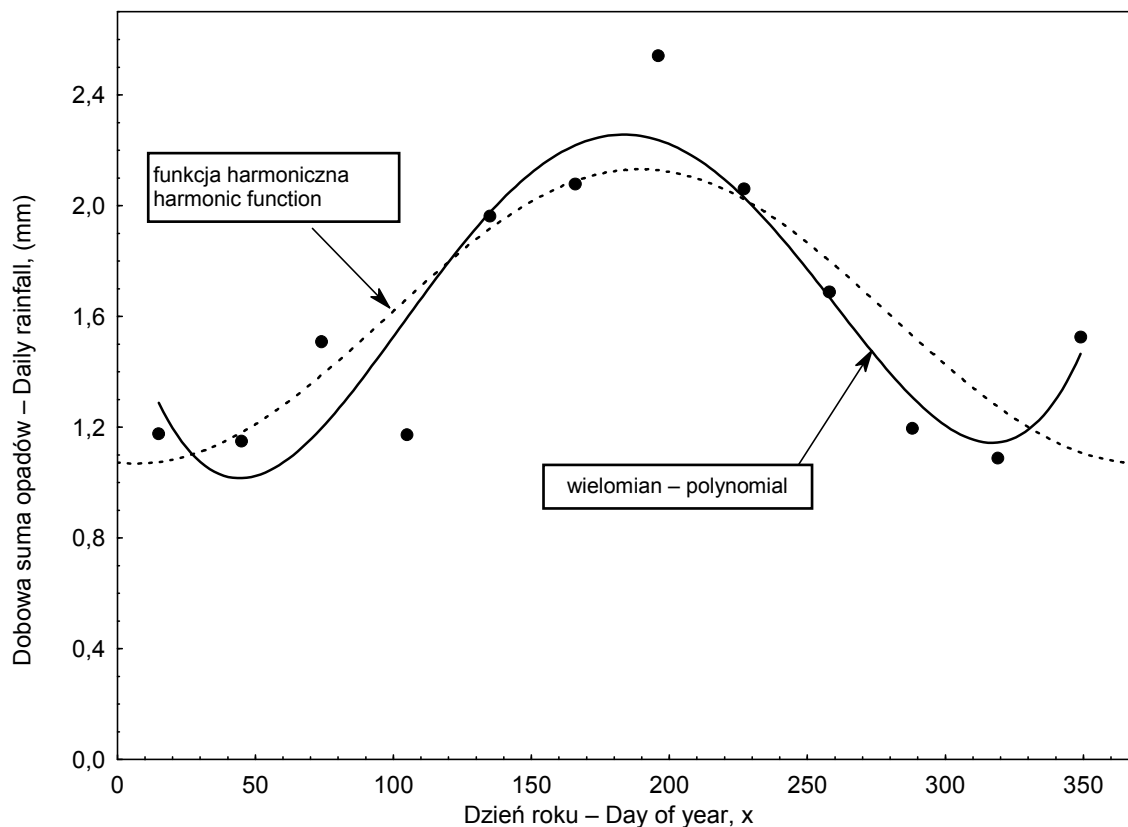
W cyklu rocznym ($T = 365$ d) częstość $\omega = 2\pi/365 = 0,0172$ rad \cdot d $^{-1}$, więc:

$$Y(x) = M + a\cos(0,0172x) + b\sin(0,0172x) \quad (11)$$

Po obliczeniu wartości parametrów regresji dostaje się równanie

$$Y(x) = 1,60 - 0,528\cos(0,0172x) - 0,0597\sin(0,0172x) \quad (12)$$

Wyestymowana średnia wartość dobowej sumy opadu w Szczecinie wynosi 1,60 mm i jest identyczna z wartością średniej arytmetycznej ze wszystkich 120 pomiarów. Wykres tej funkcji regresji – na tle średnich wartości w cyklu rocznym – przedstawiono na rys. 2. Wartość współczynnika determinacji ($R^2 = 0,686$) świadczy o umiarkowanym dopasowaniu krzywej harmonicznej do danych rzeczywistych, którymi są średnie wartości z 10 lat obserwacji. Funkcja harmoniczna jest często stosowana do modelowania elementów meteorologicznych w cyklach rocznych (Coe i Stern 1982, Miler i Miler 2000, Rozbicki i Rozbicka 2004).



Rys. 2. Funkcje regresji na tle średnich wartości opadu dobowego w Szczecinie w latach 1991–2000
 Fig. 2. Regression functions on the background of daily rainfall in Szczecin in the years 1991–2000

Innym wykorzystanym modelem (rys. 2.), opisującym zależność między wartościami opadu dobowego a kolejnym dniem roku, był wielomian czwartego stopnia:

$$Y(x) = 1,701 - 0,0352x + 5,48 \cdot 10^{-4}x^2 - 2,48 \cdot 10^{-6}x^3 + 3,41 \cdot 10^{-9}x^4 \quad (13)$$

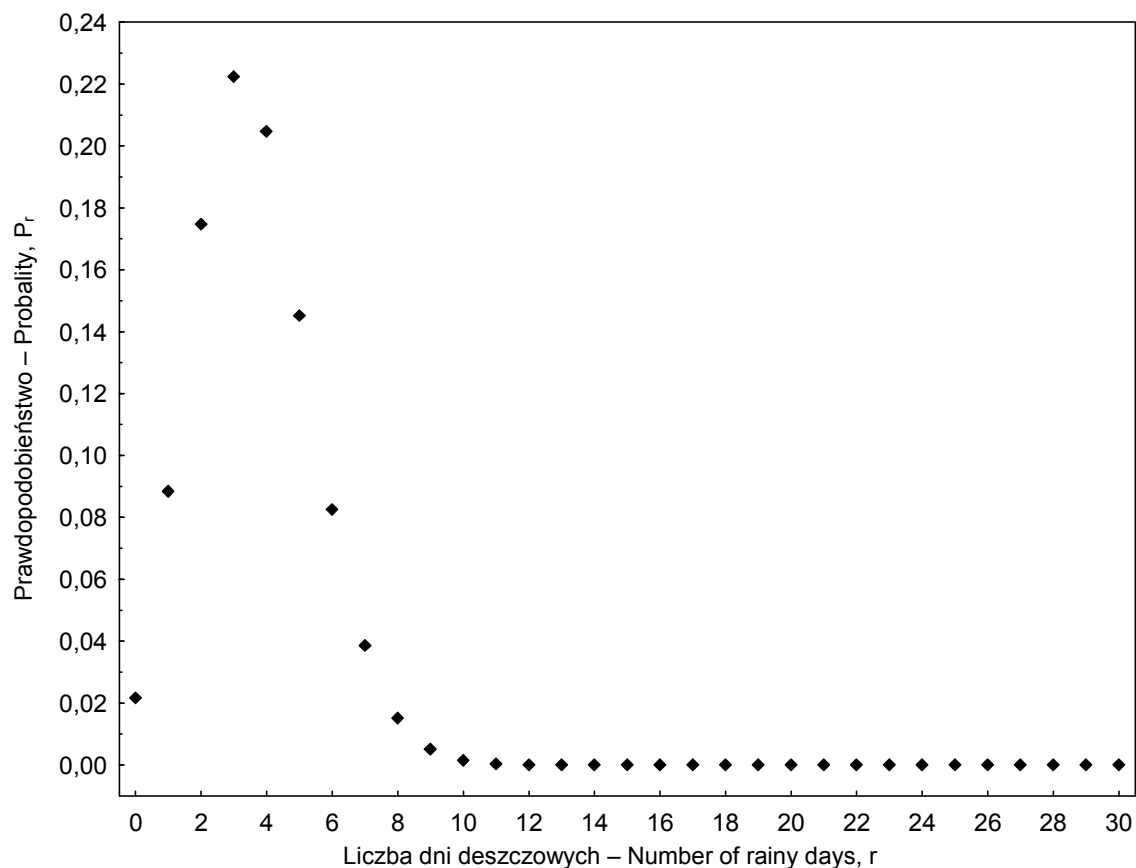
Współczynnik determinacji R^2 uzyskany dla wielomianu jest znacznie większy niż w przypadku funkcji harmonicznej i wynosi 0,822.

Funkcje wielomianowe trzeciego i piątego stopnia z dobrym skutkiem zastosowali Rojek i Rojek (2004) do modelowania dobowej zmienności temperatury gleby i powietrza. Rozbicki i Rozbicka (2004) użyli do opisu rocznego przebiegu temperatury i wilgotności powietrza funkcji Fouriera i wielomianowych, uzyskując lepsze dopasowanie modelu wielomianowego do danych rzeczywistych, zwłaszcza w odniesieniu do parametrów wilgotności powietrza. W obliczeniach własnych także bardzo elastyczna funkcja wielomianowa okazała się zadowalającym, formalnym modelem matematycznym. Coe i Stern (1982) podają przykład dobrej aproksymacji zmian wartości dobowych opadu wielomianem czwartego stopnia.

Teoretyczny schemat Bernoulliego rozkładu opadów sprawdzono na przykładzie wielkości opadu dobowego w czerwcu. Przy liczbie dni tego miesiąca $n = 30$ i wartości współczynnika zmienności $CV = 0,49$ (49%), zastosowanie wzoru (10) daje wynik:

$$q = \frac{1}{n(CV)^2 + 1} = \frac{1}{30(0,49)^2 + 1} = 0,122$$

Rysunek 3 przedstawia teoretyczny rozkład prawdopodobieństwa zmiennej losowej dyskretnej, którą jest liczba dni deszczowych w Szczecinie w czerwcu. Jest to rozkład wyraźnie asymetryczny (prawostronny) o parametrach $n = 30$ i $q = 0,122$.



Rys. 3. Dwumianowy rozkład prawdopodobieństwa liczby dni deszczowych w czerwcu
Fig. 3. Binomial probability distribution of rainy days in June

Wartość oczekiwana liczby dni z opadami w okresie 30-dniowym zgodnie ze wzorem (7) wynosi:

$$E(R_{30}) = nq = 30 \cdot 0,122 = 3,6$$

Z danych obserwowanych wynika, że w czerwcu w Szczecinie występuje średnio 13 dni deszczowych. Obliczona teoretyczna wartość wg wzoru (7) okazuje się znacznie zaniżona w stosunku do rezultatu uzyskanego z danych obserwowanych, zwłaszcza że powszechnie za dzień deszczowy uważa się już dzień z minimalnym opadem równym 0,1 mm. Tego rodzaju problem powstał także, ponieważ w teorii rozkładu dwumianowego przyjmuje się, często niespełnione, założenie o niezależności zdarzeń losowych oraz nie uwzględnia się faktu, że deszczowa i bezdeszczowa pogoda na ogół występują w okresach kilkudniowych.

Aproksymacja, a zwłaszcza symulacja i prognozowanie rozkładu opadów atmosferycznych za pomocą modeli matematycznych, jest zadaniem trudnym, ponieważ realizacja wartości tej zmiennej losowej oparta jest na wielu założeniach, między innymi w analizowanym okresie nie mogą ulegać zasadniczej zmianie wahania sezonowe i mechanizmy przyczynowo-skutkowe

o charakterze przypadkowym (Montgomery i in. 1990). Są to założenia często słabo sprawdzalne i zawsze mające wpływ na wynik symulacji czy predykcji. Poza tym wielkość opadów podlega dużej naturalnej zmienności, na ogół większej niż dyspersja temperatury powietrza. Powyższe zjawiska należy traktować – w ujęciu statystycznym – jako procesy stochastyczne (Todorovic i Woolhiser 1975, Richardson 1981, Wang i in. 2006), których analiza często wymaga stosowania zaawansowanych metod matematycznych, na przykład łańcuchów Markowa, gdzie prawdopodobieństwo każdego zdarzenia zależy od wyniku zdarzenia poprzedniego. W badaniach symulacyjnych stosuje się też bardziej złożone metody, takie jak sztuczne sieci neuronowe (Hall i in. 1999, Yuval i Hsieh 2003, Licznar i Rojek 2004).

WNIOSKI

1. Do praktycznego badania zmienności opadów przydatne są metody analizy regresji wielorakiej.
2. Z dwóch zastosowanych modeli matematycznych (harmoniczny i wielomianowy) wielkości opadów w funkcji kolejnego dnia roku, bardziej adekwatny był wielomian 4. stopnia (współczynnik determinacji $R^2 = 0,822$).
3. Rozkład dwumianowy w badaniach liczby dni deszczowych w wybranym miesiącu okazał się niewystarczająco dokładny ze względu na zbyt upraszczające założenia wstępne tej teorii.

PIŚMIENNICTWO

- Boryczka J.** 1998. Zmiany klimatu Ziemi. Wydaw. Akad. Dialog, Warszawa, 165.
- Coe R., Stern R.D.** 1982. Fitting models to daily rainfall data. *J. Appl. Meteor.* 21, 1024–1031.
- Hall T., Brooks H.E., Doswell Ch.A.** 1999. Precipitation forecasting using a neural network. *Wea. Forecasting* 14, 338–345.
- Kirschenstein M.** 2007. Zmiany sum opadów w Szczecinie [w: Wahania klimatu w różnych skalach przestrzennych i czasowych]. Red. K. Piotrowicz i R. Twardsza. IGI GP UJ, Kraków, 375–382.
- Licznar P., Rojek M.** 2004. Ocena warunków termicznych profilu glebowego przy wykorzystaniu sztucznych sieci neuronowych. *Acta Agrophys.* 3 (2), 317–323.
- Miesięczny Przegląd Agrometeorologiczny. Lata 1991–2000. IMGW, Warszawa.
- Miler A. T., Miler M.** 2000. Trendy i okresowości zmian temperatury oraz opadów dla Poznania w latach 1848–2000. *Zesz. Nauk., Bud. i Inż. Środ. Politech. Kosz.* 22, 945–956.
- Montgomery D.C., Johnson L.A., Gardiner J.S.** 1990. *Forecasting and time series analysis*, Mc Graw-Hill, New York.
- Richardson C.W.** 1981. Stochastic simulation of daily precipitation, temperature and solar radiation. *Water Resou. Res.* 17, 182–190.
- Rojek M., Rojek M.S.** 2004. Modelowanie dobowej zmienności temperatury gleby i powietrza przy pomocy funkcji wielomianowych. *Acta Agrophys.* 3 (2), 367–373.
- Rozbicki T., Rozbicka K.** 2004. Porównanie wielomianu i funkcji Fouriera opisujących roczny przebieg temperatury i wilgotności powietrza w Ursynowie SGGW. *Prz. Nauk. Inż. i Kształt. Śr.* 2 (29), 85–93.
- Świątek M.** 2000. Roczny cykl opadów atmosferycznych w Szczecinie oraz jego związki z typami cyrkulacji atmosferycznej i temperaturą powietrza. *Zesz. Nauk. US.* 6, 65–86.

- Thornley J.H.M., France J.** 2007. *Mathematical models in agriculture. Quantitative methods for the plant, animal and ecological sciences.* CABI Publishing, Wallingford.
- Todorovic P., Woolhiser D.A.** 1975. A stochastic model of n-day precipitation. *J. Appl. Meteor.* 14, 17–24.
- Wang J., Bruce T.A., Salvucci G.D.** 2006. Stochastic modeling of daily summertime rainfall over the southwestern United States. Part I: Intrannual variability. *J. Hydrometeor.* 7, 739–754.
- Yuval W., Hsieh W.** 2003. An adaptive nonlinear MOS scheme for precipitation forecasts using neural networks. *Wea. Forecasting* 18, 303–310.